

天元术：早期符号代数的探索

——中国古代重要科技发明创造（六十二）

□ 王渝生



余生忆谭

天元术是中国金元时期发展起来的一种代数学方法，主要通过设立未知数来建立高次方程，是符号代数早期的重要探索。其核心思想比西方类似方法早出现300余年。

该方法以“立天元一”（即设定未知数 x ）为基础，构建多项式方程，利用算筹数码表示各项系数，并以“太”字标记常数项、“元”字标记一次项，从而形成标准化的方程形式，再通过“增乘开方法”求解其正根。

该方法的理论渊源可追溯至初唐数学家王孝通的数学专著《缉古算经》，该书约成书于武德九年（626年）前，为《算经十书》中唯一由唐代学者独立撰写的数学典籍，全书一卷，含20个数学问题，涵盖天文历法、土木水利工程中的立体体积计算，以及三次方程解法。书中首次系统提出“开带从立方法”（正系数三次方程数值解法），经北宋贾宪“开方作法本源图”用于高次方运算和方程求解，配合“增乘开方法”形成完整算法体系。金代《铃经》《洞渊九容》等著作对天元术进行了阐述，但方法不系统，直到李治才系统化。

与秦九韶、杨辉、朱世杰并称“宋元数学四大家”的李治（1192—1279年）系统总结并完善了天元术，其代表作《测

圆海镜》（1248年）是中国首部系统论述勾股容圆问题的数学专著，推动了传统数学从文字代数向符号代数的转变。李治系统化使用负号并完善十进制数码表示，其零的符号化应用早于欧洲数百年。

元代数学家朱世杰在其著作《四元玉鉴》中将天元术推广至多元情形，提出了“四元术”，即设立“天、地、人、物”四个未知数，建立多元高次方程组，并通过逐次消元的方法化为单一方程求解，代表了中国古代代数学的最高成就之一。天元术在明代逐渐失传，直到清代被重新发掘整理。清代学者通过《测圆海镜细草》等著作将其与现代方程论相融合。

进入20世纪后，天元术的价值更多体现在数学史和文化意义上。

天元术的学术价值在于是世界最早的符号代数雏形之一，比欧洲的符号代数（16世纪韦达等人）早300余年。其算法思想展现了古代中国数学的高度程序化机械化水平。其现代意义在于天元术是理解中国古代数学思维的重要案例，它的符号化尝试，说明人类在不同文明中都在探索“用符号代替具体数字”的抽象代数方法。在数学教育中，它常被用来展示方程发展的多元路径，培养学生对符号语言的理解能力。

“天元”名称被现代科技借用，如我国国家自然科学基金设立“天元数学基金”，旨在支持中国数学学科在传承与汲取中华民族传统数学优秀基因基



图①②：《天元术》纪念封及内插页。

中国集邮有限公司供图

图③：李治画像（侯幼珍画）。

孔国平供图

图④：李治《测圆海镜》卷三第5问“草”中的天元式，表示方程式 $144x^3 + 5184x^2 + 2488320 = 1600$ 。

作者供图

图⑤：“天元术”篆刻章。

马国馨院士刻

础上，古为今用，与时俱进，在21世纪达到世界先进水平。

该基金经费源于国家财政拨款，主要用于人才培养、学科建设、学术交流

及研究环境优化等领域，与科学基金形成互补支持体系。

（作者系国家教育咨询委员会委员、中国科技馆原馆长）

雪花透出的科学与诗意

□ 姚昆仑



古往今来，雪花撩动着人们的想象与情思。那洁白之色，常被视为人类纯真情感的象征；其晶莹之光，则启迪心智，点燃智慧的火花。

3000多年前，我们的祖先便开始细致观察雪花。《诗经·小雅》有云：“如彼雨雪，先集维霰。”其中“霰”指白色的小冰粒，表明古人已注意到降雪时常伴有霰的现象。汉代韩婴在《韩诗外传》中记载：“凡草木花皆五出，唯雪花独六出。”唐代诗人高骈亦吟道：“六出飞花入户时，坐看青竹变琼枝。”可见，“六出”已成为古人对雪花形态的共识。宋代朱熹则从哲学角度解释：“六者阴数，盖自然之数也。”认为六是属阴之数，故雪花呈六角形，体现了天人相应的思想。

在显微镜下，雪花形态万千：树枝状、星状、六角板状、哑铃状、扇状……尽管形态各异，但其中心结构均为六角形的冰晶（即雪晶），以此为基础向外生长出枝权，逐渐发育成美丽的花朵状

结构。由于各枝权的长度、厚度及分叉方式受温度、湿度影响而各不相同，每一片雪花都呈现出独一无二的姿态，精致玲珑，千姿百态。

无论哪种雪花，都有一个共性，即与六支角不可分割。从结晶学原理可知，固态水的晶形排列具有典型的六角形状，凸出的六角称为晶端。在任何水汽压条件下，晶端只要具有最小的水汽压差就可优先生长，从而形成“六出”雪花的特点，加之冰晶运动频繁，所处的温度和湿度不断变化，造成生长速度不一致，使雪花具有复杂及多态的结构。由于枝权间空隙多，雪花形体大，密度小，降落时有较大的空气阻力，因此轻飘若仙。雪花相碰，结伴共舞，形成直径达几厘米的“棉球”和“鹅毛”雪团。雪之为花，真要感谢大自然的精工细琢。

瑞雪兆丰年。西汉的《汜胜之书》对此进行了科学的总结：“冬雨雪止，辄以藴（镇压）之，掩地雪，必使从风飞去，后雪从藴之，则立春保泽，冻虫死，来年宜稼。”雪花具有低导热性，积雪密度越小，其导热率越小。雪的低导热

率使它所覆盖的土壤能保持温暖。据测定，积雪下的土面温度比雪面温度高出约 $19^{\circ}\text{C}-20^{\circ}\text{C}$ ，有利于农作物越冬。融化时，雪花吸收大量的潜热，如1克 0°C 的雪变成 0°C 的水要吸收80卡热量，相当于把1克 0°C 的水加热到 80°C 所需的热量。融雪时土壤表层的冷却可冻死越冬害虫和虫卵。同时，融雪滋润着土壤的肌肤，缓解了冬季的旱情，加速枯草落叶的腐烂而形成有机肥料，有利于春耕。

雪对光的反射率很高。在阳光下，雪面对光线产生漫反射，银光闪烁，耀眼炫目，此时你若在雪地上行走，请务必戴上防护镜，以防伤害眼睛。我国晋代学者孙康，少时家贫，雪夜中常利用雪的反射光“映雪读书”，成为千古佳话。由于反射率大，雪在阳光直接照射下的融化并不显著，主要随高于 0°C 的暖空气到来而融化。我国地域辽阔，气候差异大，使各地降雪程度不一。永久性积雪主要分布在青藏高原一带，喜马拉雅山素有雪山之称，昆仑银峰玉峦，延绵起伏，春天其部分积雪化为清冽的泉水，成为山

川大江之源；东北和内蒙古乌达区等地降雪期长达8个月之久；黄土高原20—40天；江南南部1—5天；过了南岭，就难以见到积雪了。历史上我国还降过五颜六色的雪：“红雪”凝如胭脂，“黄雪”铺若金毯，“白雪”似漆抹……这些色彩是雪中杂质造成的，例如红色是有氧化铁成分而形成的。

白雪皑皑的大地分外妖娆，被雪花净化了的空气异常清新，雪为人类造就了一个运动和娱乐的天地。出外观雪，瑶林琼树，群峰玉掩，令人赏心悦目；滑雪、雪中狩猎则惊心动魄，极富情趣，塑雪像、打雪仗又会唤起纯洁温馨的童梦。宋代杭州，瑞雪初临时，文人才子相邀于西湖畔，以新雪煎茶，吟诗作赋。现代不断发展的滑雪溜冰技艺和竞技活动，更是精湛绝伦，给人以极高的艺术享受。

“九冬飘远雪，六出表丰年。”雪花是寒冬高洁的灵魂，是初春萌动的生命，在它那奇妙而美丽的世界里，永远透射出诱人的魅力。

（作者系《中国高新科技》总编辑、中国作家协会会员）