

《九章算术》之线性方程组解法

——中国古代重要科技发明创造（三十四）

□ 王渝生



中国汉代古算书《九章算术》方程章中的“方程”与现在的方程含义不同，它不是指含有未知数的等式，而是指根据一定规则由数字排列而成的呈方形的程式。

以《九章算术》方程章第一题为例：“今有上禾三秉，中禾二秉，下禾一秉，实三十九斗；上禾二秉，中禾三秉，下禾一秉，实三十四斗；上禾一秉，中禾二秉，下禾三秉，实二十六斗。问上、中、下禾实一秉各几何。”

如用现在设未知数列方程的方法，列出的线性（一次）方程组为：

$$3x+2y+z=39$$

$$2x+3y+z=34$$

$$x+2y+3z=26$$

中国古代没有设未知数的习惯，而是直接用算筹将数目列在筹算板或者桌面上。这种算式是按某种比率关系建立起来的数字阵，似乎是分离系数法的体现。

解这个“方程”用的是“直除法”。所谓直除法，就是整行与整行对减。此处方程的建立及消元变换采用位值制，每个数字不必标出它是什么物品的系数，而是用所在的位置表示。《九章算术》方程的表示，相当于列出其增广矩阵，消元过程相当于矩阵变换。

用直除法必然会出现零减去正数的情况。为使运算继续下去，就必须引进负数概念。

《九章算术》所载的“正负术”，就是为解决这一问题而提出的。这是世界数学史上最卓越的成就之一：“正负术曰：同名相除（减），异名相益（加）；正无

入负之，负无入正之。其异名相除，同名相益；正无入正之，负无入负之。”这也是在世界上第一次讲到了正负数的加减法。

筹算怎样来表示正负数呢？

《晋书》《隋书》“律历志”中有这样的记载：“魏陈留王景元四年（公元263年）刘徽注《九章算术》。”刘徽的《九章算术注》给后人留下了宝贵的数学遗产。刘徽称：“今两算得失相反，要令正负以名之。正算赤，负算黑，否则以邪正为异。”意思是说，同时进行两个运算，若结果得失相反，那就要分别叫作正数和负数，并用红筹代表正数，黑筹代表负数。不然的话，就算算斜放和正放来区别。这是世界数学史上第一次突破了正数的范围，也是对负数第一次做出合理解释。

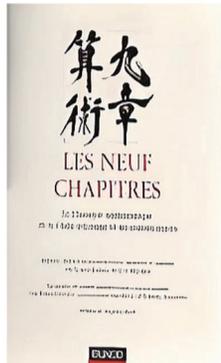
除中国外，世界上对负数概念的建立和使用都经历了一个曲折的过程。

希腊数学注重几何，而忽视代数，几乎没有建立过负数的概念。印度婆罗摩笈多开始认识负数，采用小点或小圈记在数字上面表示负数。对负数的解释是负债或损失，只是停留在对相反数的表示上，尚未将负数参与运算。

欧洲第一个给出负数正确解释的是斐波那契，他在解决一个关于某人的盈利问题时说：“我将证明这问题不可能有解，除非承认这个人可以负债。”

1484年，法国的舒开给出二次方程一个负根。意大利的卡当在1545年区分了正负数，把正数叫作“真数”，负数叫作“假数”，并正式承认了负根，不过，这些思想都没有在欧洲引起足够重视。直到18世纪，有些数学家还认为负数这个比零小的数是不可能的。

负数在西方发展得如此缓慢，而中国却对负数有深刻的认识，这不能不说是中国数学思想的先进。



图①：吴文俊院士与《九章算术》法译本。

（作者供图）

图②③：线性方程组解法首日封和内插页。（中国集邮有限公司供图）

图④：刘徽纪念邮票。（作者供图）

图⑤：“九章”篆刻章。

（马国馨院士 刻）

最后，需要补充一点的是，刘徽还用齐同原理证明了直除法的正确性，而且还创造了互乘相消法，与现今解线性方程组的方法完全一致。

刘徽是中国古代最早的著名数学家。他对《九章算术》齐同术、今有术、割补术的整理阐发，对割圆术、刘祖原理、十进分数的新的数学创造，对《九章算术

注》中补第十卷“重差”后，被唐代李淳风在“算经十书”单篇刊出为《海岛算经》，都是中国传统数学的累累硕果。

中国数学大师吴文俊院士对刘徽《海岛算经》重差术有专门的研究著述，对《九章算术》法译本十分赞赏。

（作者系国家教育咨询委员会委员、中国科技馆原馆长）

昆曲：戏曲芳苑中的“幽兰”

□ 高桃芝

非遗文化之窗

“原来姹紫嫣红开遍，似这般都付与断井颓垣。良辰美景奈何天，赏心乐事谁家院？”昆曲幽怨婉转的唱腔叙述着《牡丹亭》的生死爱情。一部昆曲通常包括十几折，具有完整的表演程式。演员在笛箫的伴奏下亮相开腔，节奏舒缓，一唱三叹，极有美感。

昆曲，又称昆山腔、昆剧，是中国汉族传统戏曲中最古老的剧种之一，也是中国传统文化艺术中的珍品，被喻为戏曲芳苑中的“兰花”。其发源于元朝末年的江苏昆山地区，距今已有600多年的历史。昆曲的诞生比京剧还要早几百年，很多剧种都是在昆曲的基础上发展起来的，有“中国戏曲之母”的雅称。

起初，昆曲影响不大，只是一个小小的江南地方戏，属于“南戏”系统。元末明初，昆山人顾坚把流行于当地的戏曲腔调加以整理和改进，称之为“昆山腔”，这就是昆曲最早的雏形。

昆曲真正走上正轨，是在明朝嘉靖年间，杰出的戏曲音乐家魏良辅等人以昆山腔为基础，兼收南北曲之长，形成低回婉转、悦耳动听的“水磨调”风格，昆曲至此基本成形。明代戏剧家梁辰鱼用改革后的昆曲形式编写了剧本《浣纱记》，搬上舞台演出，轰动江南。自此，昆曲的幽香飘出江南，传到京城、传进宫廷，逐渐成为风光无二的宫廷雅乐，从明代中叶独领中国剧坛风骚近300年。清末，昆曲逐渐衰落。新中国成立以来，昆曲艺术出现了转机，1956年，浙江昆剧团改编演出的《十五贯》轰动全国，之后，全国许多地方相继恢复了昆曲剧团。昆曲这个古老的剧种，又焕发出艺术的青春。

昆曲是中国戏曲史上具有最完整表演体系的剧种，基础深厚，遗产丰富，既有“阳春白雪”的高雅，又有“下里巴人”的通俗，以鲜明、浓厚的文学性为特色，曾将中国古典戏曲艺术推上巅峰，在艺术上体现出鲜明的地域特色。昆曲曲文秉承了古典诗、词、赋、

赞的文学传统，这为昆曲的发展打下了良好的文化基础，造就了一大批昆曲作家和音乐家，其中梁辰鱼、汤显祖、洪昇、孔尚任、李渔、叶崖等都是中国戏曲和文学史上的杰出代表。在长期的演出实践中，昆曲积累了大量的剧目，有400多出折子戏，代表性剧目主要有《牡丹亭》《紫钗记》《邯郸记》《南柯记》《十五贯》《桃花扇》《长生殿》……

昆曲行腔优美，以缠绵婉转、柔曼悠远见长。“水磨调”奠定了昆曲演唱的特色，表现为放慢拍子，延缓节奏，以便在旋律进行中运用较多的装饰性花腔，声调清柔委婉，变化增多，华丽婉转的唱腔特点也愈加突出。昆曲念白儒雅，生活气息浓厚，有南昆和北昆之分，南昆以苏州白话为主，北昆以大都韵白和京白为主。昆曲的伴奏乐器，以声若游丝的笛为主，辅以笙箫、唢呐、三弦、琵琶等。

昆曲表演载歌载舞，抒情性强，动作细腻。其舞蹈身段分为两种：一种是说话时的辅助姿态和由手势发展起

来着重写意的舞蹈；另一种是配合唱词的抒情舞蹈，既是精湛的舞蹈动作，又是表达人物性格心灵和曲词意义的有效手段。昆曲拥有一整套角色行当程式和技巧。在“生、旦、净、末、丑”五大行当之下，又细分二十小行，称作“二十个家门”。各个行当程式化的动作语言在刻画人物性格、表达人物心理状态、渲染戏剧性和增强感染力方面，形成了昆曲完整而独特的表演体系。再加上完美的舞台置景，可以说，昆曲在戏曲表演的各个方面都达到了最高境界，获得了“婉丽妩媚，一唱三叹”的艺术效果。

2001年，昆曲被联合国教科文组织列为首批“人类口头和非物质文化遗产代表作”；2006年，昆曲被列入中国首批非物质文化遗产名录。可见昆曲的文化价值之高。

昆曲之美，美在唱腔、身段，美在辞藻、情意，美在整个气质与氛围，宛若幽兰在戏曲芳苑中绽放出迷人的芬芳！（作者系湖北省荆州市作家协会会员）