

11月12日是中国著名数学家、中国科学院院士华罗庚诞辰111周年纪念日。华罗庚少时因家贫而辍学，腿因病致残，却靠自学成为具有世界影响力的中国数学家之一。每当人们夸赞他是数学天才时，他却谦逊地说：“天才出于积累，聪明在于勤奋。”

华罗庚：自学成才有方法

□ 李峥嵘

华罗庚从小就喜欢动脑筋，常常因为专心思考问题被人戏称为“罗呆子”。他初中毕业后入读上海中华职业学校，因为家里穷拿不出学费而中途退学，但是他用5年时间自学了高中和大学低年级的全部数学课程。20岁时发表一篇论文而轰动数学界，清华大学数学系主任熊庆来打破常规，让只有初中毕业文凭的华罗庚进入了清华大学工作。4年后被提升为讲师。1937年他从剑桥留学回来后，任清华大学正教授。之后他发表了数十部著作，开创中国数学学派，并带领达到世界水平。

脚踏实地，坚持不懈

华罗庚走路不方便，但他却说：“我要用健全的头脑代替不健全的双腿”，凭着一种顽强不屈的精神，他成为一代数学大师。除了数学论文，他还写了不少科普书，其中有一本为青少年写的数学启蒙书就叫《聪明在于勤奋，天才在于积累》，体现了他的学习态度。

华老认为没有什么神秘的学习方法，学习不能取巧，要认识到学习的长期性和艰苦性。

无论是科学研究还是学习的道路，都需要不畏艰险，坚持不懈，才能到达光辉的顶点。读十本八本不求甚解，反不如把一本书从头到尾读得精通烂熟。所谓烂熟，不只是会背会算，还能掌握基本精神、基本原理，能够灵活运用，并且必须注意它的连贯性，依照深浅，一本一本本地学习下去。不急不躁，细嚼慢咽。如果基础不牢固，半懂不懂，应用的时候就好像吃了夹生饭，不能运用自如。“要想一步登天万难，但步步踏实，何难之有？”

他曾引用《中庸》里的话“人一能之己十之，人十能之己百之”表达勤奋的重要性，这句话的意思是说，别人一遍能做



华罗庚与小朋友在一起。(图片来自中国科学院网站)

到的，我做十遍，别人十遍能做到的，我做一百遍。“果能此道矣，虽愚必明，虽柔必强。”他也勉励激励青年人：“发奋早为好，苟晚休嫌迟，最忌不努力，一生都无。老实实在干，痛下苦功夫，夸夸其谈者，荆棘满前途。”

读书先读厚再读薄

脚踏实地需要和独立思考相结合。华罗庚是自学成才的，他学习书本上的每一个问题、每一章节的时候，不只看书面上，而且应当看到书背后的东西。书面上的指的是结论、原理，书背后的是要设想一下科学家是怎样推论出来的。同时还不妨进一步设想一下，自己能不能用其他方法得出这个结论。这就是说，读书要知其然，还要知其所以然。知其一，还要知其二。

关于读书，华老说过一句著名的话：

“读书先读厚再读薄。”这包括学习两个过程：一个是“由薄到厚”，另一个就是“由厚到薄”。前者指的是学习要积少成多，融会贯通，循序渐进；后者是整理概括、归纳要点、抓住关键，形成自己的逻辑。这个从“薄”到“厚”再到“薄”的过程，华罗庚总结说：“在对书中每一个问题都经过细嚼慢咽、真正懂得之后，就需要进一步把全书各部分内容串连起来理解，加以融会贯通，从而弄清楚什么是书中的主要问题以及各个问题之间的关系。这样，我们就能抓住统帅全书的基本线索，贯穿全书的精神实质。”

体会创新的乐趣

关于数学的学习，很多人觉得数学难、枯燥，华老说：“把数学看成是公式的堆积，把定理作为该背诵的教条，把讲解

说成形式逻辑的推演，把考试弄成死记硬背、按标准答案不敢越雷池一步地生搬硬套，这样的情况岂能不死板不僵化！”这就是没有看到数学的美，没有体会到数学学习的乐趣。

“数学是同科学发展而发展的，它怎么会死会僵呢？就数学本身说，也是壮丽多彩，千姿百态，引人入胜。一个问题想不出时，固然有些苦恼，若一旦豁然想通，那滋味难道不是甜滋滋的，这和音乐、舞蹈艺术的享受有何不同。如果在成法之外，别开生面地想出一些新法来，那就更是其乐无比了。”

敢于和强者较量

现代教育常常说要根据孩子的兴趣，其实“兴趣是可以培养的，难何足怕，烦何足虑，死板更是吓唬不了人，何况事实并非如此，谓予不信，请下些功夫，试上一试，认清道路，信心自来，干劲随至。”数学如此，其他学科学习也是如此。

华老还说了一句活话：“弄斧到班门，下棋找高手”，被后学者戏称为“班门弄斧”学习法。华老的意思是说，不要怕暴露自己的不足，要敢于和强者较量。他说：“不怕低，只怕不知底。”不要怕难为情，不要不懂装懂，不要怕别人说：“你连这个都不懂？”“老师说过多少遍了”。做人要脸皮薄，求学要脸皮“厚”，正所谓不耻下问。只有暴露自己的弱点和不足，才能让老师对你进行因材施教、有的放矢地指导。

学有道

用心理学提高学习力



提高内驱力，如何从“学会”到“会学”

——聚焦“双减”新政的应变之道⑧

□ 李萍

以学生为中心，改变传统课堂教学

学习科学指导下的课堂需要教师精准把握学习目标，在备课过程中准确提取核心知识点，关键概念往往蕴涵着学科逻辑，而对学科逻辑的理解和把握必然促进学生思维发展和能力提升。

比如，小学三年级语文课《父亲、树林和鸟》描写了父亲仔细观察树林，发现鸟的活动规律，准确把握鸟的动向。对于以形象思维为主的三年级孩子来讲，抓住事物的表面现象不难，而透过现象看到问题的本质是其思维提升点。父亲看到树叶动，断定树上有鸟，而“我”则看不到动的树叶，更闻不到鸟的气味，自然感受不到鸟的存在。仔细观察事物，善于发现事物之间的联系，是三年级学生思维发展的关键。文中的“我”听了父亲的介绍之后产生了“我真高兴，父亲不是猎人”的感慨，这个感慨恰恰是作者在父亲指导下思维发展提升的产物。很多老师在教这节课时抓关键词、关键句，却忽略了

让孩子理解和把握关键概念之后的逻辑关系。这是“双减”背景下教师改变课堂尤其要注意的问题。

《说文解字》中对“学”的解释是“觉悟也”，所谓觉悟，就是对事物的理解和把握。而“习”的解释则是“数飞也”。在人思维发展的过程中，当掌握了一种方法，学会了一种技能，不用外力督促就会主动地实践，并不需要再强迫下去被动练习。

“双减”以后，很多老师和学者都在关注学生的作业问题。站在学习科学立场，学生探究学习和思维发展的过程更加重要。在用学习科学理论指导的课堂教学中，传统的作业在学生思维发展的过程中所起的作用是非常有限的。只有根本改变课堂教学的基点，把传统教学中以教师与知识为中心的课堂教学基点，转变为以学生为中心、以思维发展和能力提升为中心的课堂，“减负提质”才可能真正实现。

(作者系北京市学习科学学会常务理事兼秘书长)

翻转的乌龟还能自己翻回去吗

——三维凸均匀体冈布茨的故事

□ 王驰

说到翻转这个问题，我们最容易想到的是不倒翁，好像无论把它怎么推，使它如何歪斜，它都能回到最初直立的状态。要分析这个问题，我们可以把不倒翁二维化以后放在纸上(如图1)，用物理和数学的公式进行推理。因为如果物体要平衡的话，经过与地面的接触点M的垂线一定会过物体平稳放置时的重心O，如果我们人为晃动物体使它相对于地面成一定的角度，由于接触点处的曲率中心O'高于重心O，那么重力FG和地面约束力FN的合力将把物体拉回它原来的状态，我们称这种平衡为稳定平衡。但是，如果接触点曲率中心O'低于重心O，那么合力就会使物体继续朝前倾斜方向倾斜，我们称这种

平衡为不稳定平衡。那么，一个物体上到底有多少个平衡接触点呢？研究发现，平衡点包括了尖端、棱中、鞍点等，计算方式来自Poincaré-Hopf定理：假设几何体存在i个稳定和j个不稳定点和k个鞍点，那么凸几何体的各种平衡点数目将遵循i+j-k=2的规律。也就是说，物体总是会回到一个平衡点所在的位置，那在三维空间中，物体最多或者是最少有多少个平衡点呢？1995年数学家弗拉基米尔·阿诺德(Vladimir Igo-revich Arnold)提出所有现存的三维实体的平衡点(包括平衡点和不平衡点)至少有四个。

但有一位匈牙利数学家加博尔·多莫科

斯(Gabor Domokos)，认为少于四个平衡点的物体是实际存在的，在很长时间的计算无果后，他甚至和妻子在海边拾取鹅卵石，不停地将它们滚来滚去，来观察他们有多少个稳定和点，试图找到一个平衡点少于4的鹅卵石，但始终找不到。不过最终经过了数十年坚持不懈的研究计算，他和他的伙伴科尔瓦尼最终通过数学方式证明了这种形状是存在的，并且这种物体只有两个平衡点，一个稳定平衡点和一个不稳定平衡点，他给这个物体命名为冈布茨。

冈布茨是一个质量均匀分布的三维凸几何体，有区别与不倒翁这种不均匀的材质——我们可以轻易利用不同物体密

度重量的不同，来组成一个两平衡点物体(就像住不倒翁里放沙子一样)。找冈布茨的难度就类似于找一个质量均匀的不倒翁。

那自然界里到底有没有类似冈布茨体的生物或者是物质呢？就像沙滩上藏着斐波那契数列一样，大自然一直都是一个伟大的数学家，只不过我们熟视无睹罢了。多莫科对此观点也是深信不疑。他和科尔瓦尼几乎跑遍了布达佩斯的所有动物园，最终让他们发现了一种乌龟——印度星龟(如图2)。这也是标题中问题的答案：在大部分乌龟通过晃动四肢和头的帮助把自己翻回去的情况下，这种乌龟进化出了与冈布茨体相似形状的龟壳，不需要头和四肢的帮助就能快速回到四肢落地的正常位置，虽然这种乌龟的质量不是完全均匀分布的，但是也证实了自然界中确实有唯一稳定平衡和唯一不稳定平衡的生物体存在。目前已经发现了三种这样的乌龟，它们只要缩紧身体就能达到自动翻转的效果。

人生也是一样，我们要努力地打磨自己身上的“平衡接触点”，在遇到磨难艰辛的时候，找到自己的“平衡点”，翻回去。历尽千帆，归来仍是少年。

(作者系华中农业大学名师工作室数学文化团队成员)

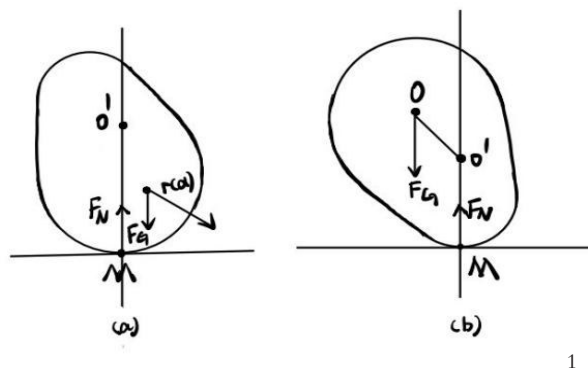


图1:不倒翁二维化示意图



图2: 印度星龟 图片来自 wikimedia commons

我从YQ智航科技公司购买了一艘2315年最新款旅游飞船，用作星际旅行。因为是刚刚研制出来且投入的科研经费巨大，所以这艘飞船不便宜，几乎花光了我半辈子的积蓄。但我没有家人和朋友，没有应酬和负担，要钱也没什么用，一辈子的梦想就是能在有生之年去外太空遨游一番，因此并不太心疼。买来飞船后的第二天，我迫不及待驾驶着它冲出了地球，5个月内我游览了太阳系内各大星球。因为飞船内部配备了所有应对外太空的适应装置，所以不管到了哪个星球我都如同置身于地球上一样，丝毫感觉不到有什么不适。我去过昼夜温差最大的金星、表面温度最高的金星、忽明忽暗的红色火星、有着美丽光环的土星、气候最冷的天王星等等。还有其他太阳系内的大小星球都被我逛遍了，现在的我越来越不满足于现状，不想老是在太阳系内浪费时间，于是计划驾驶着飞船冲出太阳系去银河系寻找更神秘的星球游览。

□ 李永斌

这个计划两个月后便付诸实施了。我把所需要的生活用品准备完毕，然后把飞船内部的勘测设备也换成了最新款的，又检修了一下巡航系统、控制系统、遥感系统、透视系统、报警系统，确保万无一失后便继续独自一人飞向了地球。为了摆脱太阳系巨大的引力作用，我把飞船速度设定为25千米/秒，看着窗外大小星球像流星一般刷刷掠过，我抑制不住内心的兴奋。即使有小型陨石突然扑面而来，飞船预警系统也会第一时间将警报传输给应急防御装置，它便会以50千米/秒的速度躲闪而过，所以安全问题是不用担心的。

为尽快飞出太阳系，我将飞船速度重新调到它所能承受的最大数值——1300000千米/秒，不到6个小时，我便冲出了太阳系，更加广阔的银河系顿时出现在了眼前。一片又一片的密集星云分布均匀，色彩斑斓，像一堆堆宝石般熠熠生辉，十分漂亮。我把飞船速度降了下来，尽情享受着眼前的美景。突然预警系统危险警报响了起来。我赶紧跑到前窗去看，前方黑咕隆咚一片，没有任何障碍物，于是开启360度巡查天眼探测，周围也没发现任何异常。刚要舒一口气，飞船突然剧烈晃动起来，紧接着便是一股巨大的吸力将飞船猛地吸了过去，还没等我反应过来，巨大的声响和猛烈的撞击感一齐向我袭来，我摔倒了在控制台的面板上，顿时晕了过去。

大概过了半个钟头，我慢慢苏醒过来，此时发现飞船已经停在了一个伸手不见五指的黑洞里。我穿好宇航服戴上氧气罩，准备下去看一看情况。就在我把旋梯放下刚要迈步时，眼前的一幕令我倒抽了一口凉气：飞船身下全是漆黑，周围也是漆黑，那种黑使人感到恐惧和压抑，我从来没有见过这种纯粹到极致的黑，把煤炭放上面也能瞬间被发现。

我瞬间明白了，自己可能误入了一颗黑色星球，这个星球与众不同，现在还不知道它是由什么物质组成的，但我相信绝对不是简单的煤炭或铁一类的东西。我返回驾驶舱，启动勘测设备，扫描机开始工作，几分钟后勘探结果便显示在了电脑屏幕上：球体由all black-particle(全黑粒子)物质组成，能吸收100%的光线！使物体各部分没有明暗对比，类似于固体黑洞，对光亮的东西有巨大的引力，但没有破坏性。

这个结果使我悬着的心稍稍放了下来，最起码对自己不构成威胁。我尝试着启动飞船，倒是能正常启动，但飞不起来，因为飞船是银白色的，应该是被星球牢牢牵引住了。

我下了旋梯，用破碎机将球体表面凸起的黑物质打下几块，又把它们放进磨粉机里研成末，再掺入小型搅拌机里和成一堆泥。我用刷子沾了黑泥一遍一遍朝飞船表面涂抹，大概用了好几个时辰才将飞船涂得一点白影都没有。

我赶紧登上驾驶舱，立马开启飞船，此时飞船不再显得那么沉重，船体缓缓向空中升起，升到半空中时我加快了运行速度，飞船顺势“嗖”的一下朝外斜飞出去。从窗口再一次看到金光闪烁的星云，我知道自己已经彻底摆脱那个神秘而可怕黑色星球了。



全球变暖的科学基础是什么？“2021年度诺奖解读”一文详细解读了本年度的诺贝尔生理学或医学奖、化学奖、物理学奖。更多精彩内容，请关注2021年第11期《科学世界》。

