2020年的诺贝尔物理学奖授予三位科学家，其中英国科学家罗杰·彭罗斯因证明黑洞是爱因斯坦广义相对论的直接结果而获奖。本文通过讲述彭罗斯与艺术家埃舍尔之间的友情，生动证明了艺术和数学结合能够相互激发丰富而奇妙的灵感。

数学+艺术，碰撞出怎样的奇妙世界

□ 李峥嵘

学有道

用心理学提高学习力

彭罗斯是一个百科全书式的人物，知识渊博、兴趣广泛，在多个领域富有建树。科学家彭罗斯和艺术家埃舍尔有一段艺术与科学相互促进的佳话，证明了博雅教育的重要意义。

荷兰版画家莫里茨·科内利斯·埃舍尔（1898年—1972年）擅长运用数学原理冲破传统的版画艺术，其作品描绘了诸多现实世界不可能出现的物体和景象，散发出独特而神秘的气质。当年埃舍尔的作品在艺术圈颇有争议，但是深受数学家的喜爱。青年彭罗斯就是在一次数学家大会上邂逅埃舍尔。

1954年，还在剑桥读研究生二年级的彭罗斯参加了在阿姆斯特丹召开的国际数学家大会。“记得在那里见到了一个我很熟悉的演讲者，他手里就有这本目录册。册子的封面就是埃舍尔的画《昼与夜》，画里的鸟儿在向着相反的方向飞行。景色的一边是黑夜，另一边是白昼。我记得被它迷住了，于是就问他是从哪里搞到的。他说：‘噢，有个叫埃舍尔的画家在举办一个展览，也许你会感兴趣。’”第一眼就吸引了彭罗斯的《日与夜》是埃舍尔创作于1938年的木刻，也是埃舍尔副本销售量最高的作品。彭罗斯马上去看了埃舍尔的画展，“我去了那里，于是就被这些不同于任何我所见过事物的诡异而奇妙的画面深深地吸引了。”其中就有名为《相对论》的石版画（1953年），这幅画好像一个科幻作品，描绘了生活在三个不同的的引力空间的三组人共用一个楼梯的诡异画面。

图画里的奇妙世界有什么数学原理吗？在回英格兰的路上，彭罗斯决定自己也来画一画不可能的图形。后来，他把自己画的图形拿给父亲看。他的父亲莱昂内尔·彭罗斯是一位著名的遗传学家和精神病学家，老彭罗斯也被迷住了。两人联手写了一篇论文发表在1958年2月份的《英国心理学杂志》上。论文中不可能的图形被命名为彭罗斯三角及其变体彭罗斯阶梯，彭罗斯称之为“最纯粹形式的不可能”。

不久，埃舍尔通过朋友介绍阅读了这篇论文，虽然他从小数学不好，但是看到了彭罗斯三角后，也感到大开眼界深受启发，创作出了广受世人瞩目的石版画《上升与下降》（1960年）石版画《瀑布》（1961）。

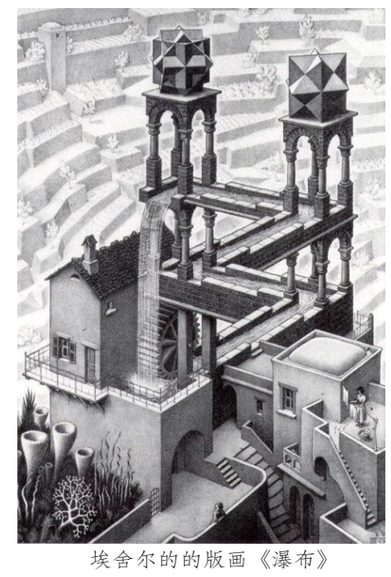
《上升与下降》是彭罗斯阶梯的艺术呈现，图画里有一座无限循环的的楼梯，好像是往上走，又好像是往下走，但是其实高度并没有变化。读者的视角跟着图画中的僧侣不断向上向上，却又回到了出发点。

《瀑布》中，埃舍尔把三个彭罗斯三角连接起来，创造了一个不断循环如同永动机一般的瀑布。读者的目光如果从作品左上角开始，会看到瀑布一直往下流动，突然最低点又变成了最高点，瀑布再一次从上往下流动。

1960年，两人开始通信，埃舍尔把自己的作品送给了彭罗斯，并感谢数学对自己的启发。1962年，彭罗斯前往荷兰拜访了埃舍尔。两人都喜欢镶嵌画，相谈甚欢。作为回赠，彭罗斯送了一个特别的礼物给埃舍尔，那是一片独特的拼图。这背后是一个影响世界的数学原理，后来被命名为彭罗斯地砖。

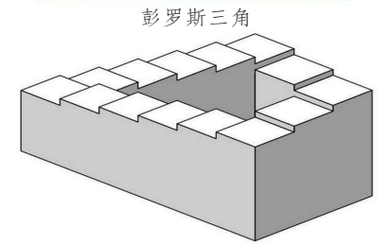
一直以来，人们都认为如果以一种有序的模式填充无序的表面，必然会出现重复。彭罗斯一直都试图设计一种镶嵌的方案，永远不会出现平移重复。1958年，罗杰·彭罗斯和他的父亲为英国《新科学家》杂志的圣诞特刊写了一篇关于非周期性镶嵌的文章。1974年，彭罗斯发明了一种只有两种基本形状的非周期性镶嵌方案。这个理论启发了以色列科学家丹尼尔·舍特曼于1982年发现准晶体，并于2011年获得诺贝尔化学奖。今天，彭罗斯地砖已经成为了一种代表数学的艺术。2013年，牛津大学将数学系大楼入口改成彭罗斯地砖铺设。美国德州农工大学物理与天文研究所、迈阿密大学数学系铺的也是彭罗斯地砖。

话说当年，埃舍尔拿到彭罗斯送的拼图，琢磨出了独特的镶嵌画。在给彭罗斯的一封信中，他设计出了自己的图案，并把它称作“小幽灵”。1971年5月，埃舍尔用这个基本图案完成了他的最后一幅镶嵌作品，作品中的镶嵌图案只能以唯一的模式组合。



埃舍尔的的版画《瀑布》

彭罗斯三角



彭罗斯阶梯

埃舍尔描述了很多数学图形，让很多科学家都觉得可以用来形象阐释自己的理论。彭罗斯在他的科普作品《皇帝新脑》一书中用埃舍尔的《圆极限》解释罗巴契夫斯基空间，杨振宁在《基本粒子发现简史》用了埃舍尔的《骑士》做封面，表达基本粒子的对称性。协同学的创始人赫尔曼·哈肯在《协同学》中使用了埃舍尔的《画手》，认为这正代表序参量。

彭罗斯和埃舍尔两个人的友情生动证明了艺术和数学如何互相给予丰富的奇妙的灵感。埃舍尔曾说：“我们似乎很难想象天空中最远的那颗星星之外还有什么。‘虚无’这个符号对我们来说当然有一定的意义，因为一个空间可以是空的，但是我们的想象力还是会去好奇空的空间之外还有什么。”艺术家和科学家用不同的方式探索宇宙星辰，在不可能的世界里找到可能，他们尽情释放好奇心和想象力，直到世界的尽头。

《魔镜——埃舍尔的不可能世界》的作者恩斯特曾这样评价埃舍尔：“对于生命所具有的创造美的无穷能力，他从来没有放弃过敬畏与惊叹之心。”这句话也同样适用于探究宇宙奥秘的科学家。

（作者为教育硕士，金牌阅读推广人）

一张锦瑟托情愫 三分损益成五音

□ 陈 征

作为中国最古老的弦乐器，瑟相传在夏时期就有了，诗经开篇《关雎》中就有“窈窕淑女，琴瑟友之”，《莆田》中也有“琴瑟击鼓，以御田祖”，说明先秦时瑟已经是一种很普遍的乐器；《论语》中“由之瑟，奚为于丘之门”的文字，也让我们知道孔夫子就是鼓瑟的好手，并且自成一家；汉末曹操的名篇《短歌行》中“呦呦鹿鸣，食野之苹。我有嘉宾，鼓瑟吹笙。”亦成为千古名句。

《周礼·乐器图》中有载：雅瑟二十三弦，颂瑟二十五弦，饰以宝玉者，曰“宝瑟”，绘文如锦者，曰“锦瑟”。今天我们看到的瑟通常是二十五弦的颂瑟。笔者初读“锦瑟无端五十弦”时，还以为“五十弦”的说法是诗人为了表达心情太糟糕了，把二十五根弦全都弹断了的一种夸张的手法。不过后来查阅资料才得知，《汉书·郊祀志》中有“太帝命素女鼓五十弦瑟，悲，帝禁不能止，故破其瑟为二十五弦”的记载，原来是传说上古时的瑟是五十弦，诗人只是托古而已。想来一股脑弹断所有琴弦，那怕不是弹琴抒情，而是砸琴泄愤了，笔者的脑回路之清奇，让人不由得可发一笑。

马王堆汉墓中出土的二十五弦瑟

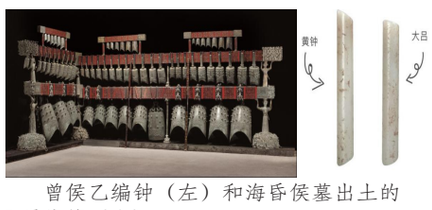
在众多与“瑟”有关的诗词歌赋中，笔者印象最深的，当属唐人李商隐的《锦瑟》，一句“此情可待成追忆，只是当时已惘然”流传千载，不知道倾倒了多少芸芸众生。每每读起，脑海中都不免复现诗人拨弦弄音，万般情愫随着乐曲汩汩流淌成河的场景。

《锦瑟》（唐·李商隐）

锦瑟无端五十弦，一弦一柱思华年。
庄生晓梦迷蝴蝶，望帝春心托杜鹃。
沧海月明珠有泪，蓝田日暖玉生烟。
此情可待成追忆？只是当时已惘然。

当这个场景在脑海中辗转徘徊一番，充分地享受了审美情趣之后，我们不妨也来看看这“一柱一弦”中的科学。笔者是个“五音不全”的理科生，不过倒是听说过这“五音”是我们中国古代音律中的五个基本音阶——宫、商、角、徵、羽，大约对应着今天我们熟悉的音乐课中的“do、re、mi、sol、la”。这五音是怎么定出来的呢？就和锦瑟中的弦有很大关系。

《管子·地员》中有最早的五音定音方法：“凡听徵，如负猪豕觉而骇。凡听羽，如鸣马在野。凡听宫，如牛鸣窌中。凡听商，如离群羊。凡听角，如雉登木以鸣，音疾以清。凡将起五音凡首，先主一而三之，四开以合九九，以是生黄钟小素之首，以成宫。三分而益之以一，为百有八，为徵。不无有三分而去其乘，适足，以是生商。有三分，而复于其所，以是成羽。有三分，去其乘，适足，以是成角。”《史记·律书》中的介绍更为通俗：“九九八十一以为宫。三分去一，五十四以为徵。三分益一，七十二以为商。三分去一，四十八以为羽。三分益一，六十四以为角。”



曾侯乙编钟（左）和海昏侯墓出土的玉质律管（右）

这种方法称之为“三分损益法”，操作起来就是以一个觉得合适的音为基准，定为“宫”音，发出这个音的琴弦长度等分成81个单位长度（九九之数）；“三分损一”，第二根弦比第一根短三分之一，也就是54个单位长度，这根弦发出的声音就是“徵”；“三分益一”，第三根弦比第二根弦长三分之一，72个单位长度，弦发出的声音是“商”；再“三分损一”，第四根弦比第三根短三分之一，48个单位长度，弦发出的声音为“羽”；再“三分益一”，第五根弦比第四根长三分之一，64个单位长度，弦发出的声音为“角”。把作为基准音和分别经过两次“三分损益”形成的音按从低到高排列，就形成了“宫、商、角、徵、羽”的五音。

与“五音”并称的“十二律”，同样是通过三分损益法来确定，所不同的是它采用的定音基准不是琴弦，而是黄钟律管。它是以发出“黄钟”音的管子长度为基准，等分为81份，采用三分损益的方式产生如下表所示的十二个音阶：

十二律定音方式和对应的律管长度

序号	音阶名称	定音方式	律管长度
1	黄钟	基准音	81
2	林钟	由黄钟三分损一	81×2/3 = 54
3	大簇	由林钟三分益一	54×4/3 = 72
4	南吕	由大簇三分损一	72×2/3 = 48
5	姑洗	由南吕三分益一	48×4/3 = 64
6	应钟	由姑洗三分损一	64×2/3 = 42.6667
7	蕤宾	由应钟三分益一	42.6667×4/3 = 56.8889
8	大吕	由蕤宾三分益一	56.8889×4/3 = 75.8519
9	夷则	由大吕三分损一	75.8519×2/3 = 50.5679
10	夹钟	由夷则三分益一	50.5679×4/3 = 67.4239
11	无射	由夹钟三分损一	67.4239×2/3 = 44.9492
12	中吕	由无射三分益一	44.9492×4/3 = 59.9323
13	清黄钟	黄钟的高八度音，由中吕三分损一	59.9323×2/3 = 39.9549

从这“黄钟大吕”的定音方式可以看出，比“黄钟”高一个八度的“清黄钟”，对应的律管长度并不整好是“黄钟”律管的一半，也就是其振动的频率并不是严格的整数倍。由三分损益法确定的音阶，每一个八度都会产生一点点误差，相隔的八度多一点之后变得“不和谐”，应用起来受到了一定的限制。

《紫云曲》中有云：“上晓五音十二律，仙曲记持心历历”。其实并不只“仙曲”，“五音十二律”本身也是物理学和数学完美结合的产物。在我们读起“锦瑟无端五十弦”，背起“闰余成岁，律吕调阳”时，也不妨了解一下从中生发出的“调和数列”“谐振”等许多数学和物理学问题。文理交融，感性与理性齐备，这才是完满的人生。 （图片来自网络）

栏目主持人 陈征 WU LI YA JI 物理雅集

文彬有语

五朵金花

□ 李文彬

我是1978年上的大学。东北林学院（现为东北林业大学）地处哈尔滨，一直是面向全国招生的知名高校，林业机械专业全国最强。我们的同学来自五湖四海，北到大兴安岭，南到广西梧州。从首都北京到边远贫困小山村，城乡差别很大，年龄差异也大，生活习惯不同，南腔北调。

我们是林业机械专业，班里女生很少，女生多都被视为公主宝贝。我们班有35位同学，只有5位女生，我们称她们为“五朵金花”。来自黑龙江的修同学，女生中年龄最大，我们亲切地叫她修大姐，而且和我家二姐有几分相像，使我更感亲切。来自吉林的曹同学，白皙的脸笼，亮丽的眼睛，笑眯眯的的样子，不爱说话又好似在说话。哈尔滨女郎付同学，漂亮的脸上时常泛点红晕，白里透红，最具哈尔滨女孩气质。还有一位哈尔滨姑娘韩同学，脸小睫毛长，可爱型。还有一位来自湖南长沙的彭同学，在我心中算半个老乡，彭同学在女生中年龄最小，比较活泼，游泳很厉害。五朵金花，被我们班的男同学倍加珍惜，应该是很多男生中的女神吧。

1978年11月入学到寒假，第一学期只有短暂的3个月，而对于我，却如过三秋，思乡之苦无以言表。终于考试结束了，归心似箭。母亲曾告诉我，放假时，要把被子拆洗干净。湖南家乡的被子由棉被芯、被里和被面3部分组成，容易拆，洗完后重新缝制可不容易，于是我独占了乒乓球台这个运动场所，把三部件一一摊开，开始穿针引线。正在这时，喜欢打乒乓球的修大姐进来了，“李文彬，你还会缝被子呀？”修大姐感到惊讶。“会，小时候常看我妈妈缝的。”我自豪地回答，又有点不好意思，因占用了她的“健身房”。“我帮你缝吧？”修大姐说，听到这话，我心里暖暖的，差点流出眼泪，没敢抬头，怕她看见。修大姐年龄和我二姐差不多，长像也有几分相似。二姐从小对我很好，上县城时，她自己舍不得吃，却给我买礼物，第一个解放军帽(迷彩帽)就是二姐从县城给我买的。修大姐的关心，使我更加想家，思念亲人。但我最终没让修大姐帮我，我知道我必须具有管理自己一切生活的能力，谢谢修大姐。

我比较腼腆，很少与五朵金花说话，只是偶尔和修大姐、彭同学说几句。记得修大姐是来自农村，又与二姐相像；彭同学有一点点老乡的感觉，其余3位都是城里小姐。毕业时，由于我考上了国家公派出国研究生，不参与分配，所以不知五朵金花最后具体分去了哪里。听说都不错，修大姐当了人民教师，付同学和韩同学留在了哈尔滨，但韩同学后来终于被我班的公子哥陈同学擒获，带至包头，现在上海。彭同学去了河南信阳一家机械厂，后离职回了湖南，也做了人民教师。曹同学不知分去了哪里，但最后落脚在了北京。

同窗四载，友情长存，光阴易逝，往事悠悠。同学们有已年过花甲的，也有还在岗工作的，作为班里第二小的我也已年及花甲，五朵金花也多数升级成了奶奶或姥姥。在相识40多年后的今天，回忆当年的趣事倍感亲切，祝愿同学们安康，幸福!

（作者为北京林业大学工学院院长，教授，博士生导师）

墨尔本科学展览中心：让旧物重获新生

□ 李 勇

在澳大利亚墨尔本市的布克街2号，有一座白灰相间、外搭钢筋骨架的工业风建筑，这就是最受当地孩子们欢迎的墨尔本科学展览中心（Scienceworks，图1）。该馆于1992年3月28日开馆，除了不断开发更新的展览外，它还巧妙利用各种旧有设备、设施，将自身与墨尔本的产业、传统与应用技术融为一体，在带领观众们一起探索各种科学秘密的同时，也用一件件旧物让观众了解城市过往，思考家园未来。

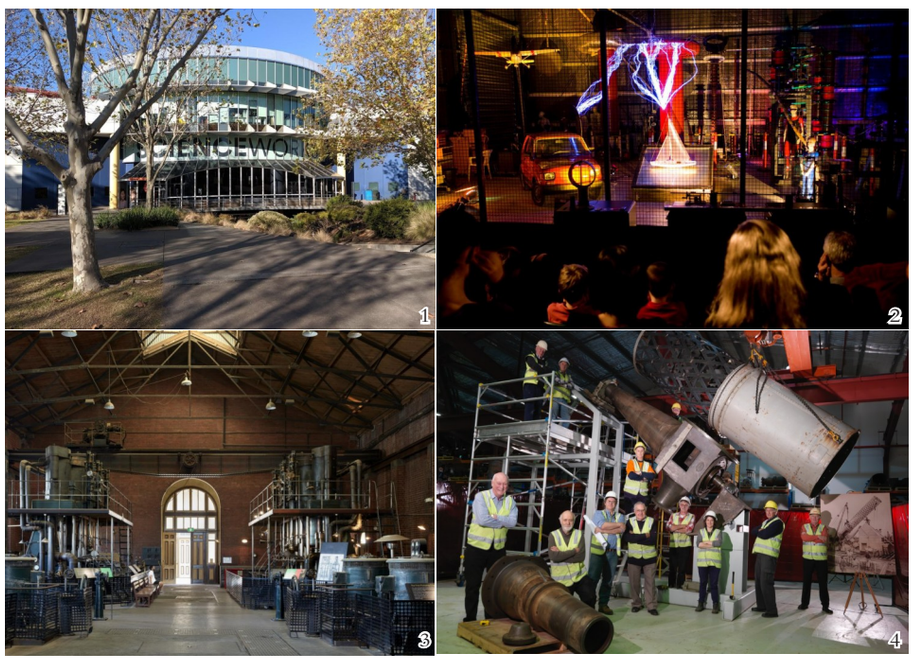


图1：墨尔本科学展览中心外观。**图2：**观众正在观看“闪电屋”现场表演。**图3：**被墨尔本科学展览中心纳入展览的水泵站。**图4：**部分参与大墨尔本天文望远镜修复工作的志愿者与工作人员。

（图1由作者所摄，图2、图3来自该馆官网，图4来自大墨尔本天文望远镜修复项目官网）

“闪电屋”是墨尔本科学展览中心最受孩子们欢迎的大型科学演示项目（图2）。自2004年以来，每天四次、每次长达30分钟的现场表演内容十分丰富，极具趣味性和知识性。孩子们可以在表演中亲眼目睹200万伏特斯拉线圈制造出3米高的闪电，此外还有雅各布天梯、范德格拉夫起电机的静电发生演示。与其他科技馆的小型化展品不同，闪电屋选择了大型演示设备，因此现场观看会更为震撼。而值得肯定的是，其所用的高压设备是由澳大利亚电讯公司关闭实验室时转赠而来，可谓是一次成功的“旧物再利用”。

该馆的另一个明星展品也是旧物。为了让观众了解当地污水的处理过程，他们将建于1897年的施波特伍德水泵站也融入展区之中（图3）。这个水泵站的建立和当年墨尔本流行性斑疹伤寒症的大规模暴发有关。由于疫情严重，墨尔本城市工程委员会决定立即修建污水排水系统，把废水引至30公里以外的威勒比区再行处理。而施波特伍德水泵站在污水排放过程中则发挥了提升水位的作用。如今在这个展厅里，观众可在专家的带领下，现场参观散发着异味的污水井和保存完好的机房，了解水泵站的过往轶事。这种独一无二的“全身心”体验，让人印象深刻。

而墨尔本科学展览中心的镇馆之宝，毫无悬念地当属大墨尔本天文望远镜（Great Melbourne Telescope）。它曾是世界第二大也是南半球最大的望远镜，镜面直径达到了1.2米，不过作为十九世纪墨尔本市的重要标志，它却命运多舛。1868年其被造于爱尔兰都柏林，然后被拆解运送到墨尔本天文台。1869年安装调试后，该望远镜已被用于多个研究项目。

1944年，由于墨尔本天文台的关闭，它被迁往堪培拉的斯特罗姆洛山天文台。不过可惜的是，2003年的一场森林大火不但烧毁了那座天文台，也把大墨尔本天文望远镜烧得几乎只剩下了铸铁骨架。其后，骨架被运回墨尔本。2008年，维多利亚州天文学会、维多利亚博物馆和墨尔本皇家植物园签署协议，启动对望远镜的修复工作，并计划修好后将其放在墨尔本天文台旧址，为孩子们提供天文学教育，并满足当地公众的天文观测需求。

目前，该天文望远镜的修复工作还在墨尔本科学展览中心进行。在每周二和周四，观众可现场观看志愿者们的修复工作（图4）。由于零件缺失严重，而为了采用与原件相似的材料和制造技术，整个修复工程的工作量巨大，工作人员绘制了1000多幅工程图，召开了500多场专题讨论会，工时已达到3万个小时。目前该项目还在网上招募具有机械工程、机器制造和熟练掌握CAD绘图技能的志愿者，希望能凝聚力量，早日完成此项工程。

墨尔本科学展览中心对旧物的珍视，能让公众对本地科学发展的过去与未来形成更加完整与清晰的认知，还有它对待策展工作不浮躁不功利的态度，都值得我们借鉴。

（作者系中国科技馆后勤保障部助理工程师）

栏目主持人：齐欣 馆窥天下 中国科技馆与科普时报社合办

地址：北京市复兴路15号 邮编100038 电话010-58884136/37/38 传真010-58884135 每周五出版 （2020全年订价：120元。零售价：每份2.40元）